

## **SIMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS GRADIENTES TÉRMICOS E DE UMIDADE EM BLOCOS CERÂMICOS**

O. Del-Puppo P. Fernandes <sup>(1)</sup>, G. R. Oliveira <sup>(2)</sup>, F. P. da Costa <sup>(2)</sup> L.C.D.  
Nascimento <sup>(2)</sup>, J. J. S. Nascimento <sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Unidade Acadêmica de Engenharia de Petróleo, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Av: Aprígio Veloso, 882, Bodocongó – CEP 58429-900 – Campina Grande, PB, Brasil.

<sup>(2)</sup>Unidade Acadêmica de Engenharia de Materiais, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Av: Aprígio Veloso, 882, Bodocongó – CEP 58429-149 – Campina Grande, PB, Brasil. Caixa Postal: 10069  
e-mail: olivia\_del-puppo@hotmail.com

*O presente trabalho tem como objetivo analisar os gradientes térmicos e de umidade durante o processo de secagem em blocos de cerâmicas vermelha, utilizando simulação computacional no software Mathematica®. Resultados bidimensionais dos gradientes térmicos e de umidade são evidenciados e analisados. Neste sentido, as regiões próximas aos vértices dos blocos cerâmicos são mais susceptíveis a ocorrência de danos estruturais de trincas e deformações.*

Palavras chave: Blocos Cerâmicos, Secagem, Gradientes de temperatura e umidade, Simulação Computacional.

## INTRODUÇÃO

A secagem é um processo de transferência de calor e massa e variações dimensionais simultâneas. Os materiais cerâmicos são classificados de acordo com a temperatura de queima, como: cerâmica tradicional (telhas, tijolos, objetos decorativos, blocos, etc.), técnica (pisos e revestimentos, louça de mesa, porcelana, etc.) e avançada (caixa de motores, revestimentos de naves espaciais, próteses dentárias, etc.), Norton (1975) (1). Durante o processo de secagem de um produto mineral argiloso como é o caso dos blocos de cerâmica vermelha usada na construção civil, ocorrem significativas variações de temperatura e umidade dentro do sólido, que podem gerar fortes tensões termo-mecânicas, podendo ocasionar trincas, fraturas e deformações, comprometendo a qualidade final do produto. Soluções analíticas da equação de difusão para esfera, cilindros, placas e paralelepípedos são reportadas por Gebhart (1993) (2), Özisik (1985) (3), Luikov (1968) (4), Kakaç & Yener (1993) (5). Para sólidos esferóidais prolatos, pode ser citado os trabalhos de Lima *et al.* (1999) (6) e Lima (1999) (7). O objetivo desta pesquisa é desenvolver uma solução analítica tridimensional transiente para descrever a transferência de calor e massa no interior de paralelepípedos sólidos considerando propriedades constantes e condição de contorno convectiva, direcionando o estudo para materiais cerâmicos. Procurando situar o avanço atual desta pesquisa, constatou-se que vários trabalhos sobre difusão de calor e massa em materiais cerâmicos para o caso unidimensional podem ser encontrados na literatura, (Nishikawa *et al.* 1994 (8); Santos & Baldo, 1995 (9); Nishikawa *et al.* 1995 (10); Pereira *et al.* 1995) (11), no entanto a conhecimento dos autores nenhum trabalho com abordagem tridimensional foi encontrado. Neste sentido, esta pesquisa é incipiente na forma como está abordada neste trabalho.

## MODELAGEM MATEMÁTICA

Visando simplificar o modelo matemático proposto as seguintes considerações são adotadas:

- Propriedades termofísicas constantes;
- Sem geração interna de energia;
- Corpo homogêneo e isotrópico;
- Distribuição da propriedade uniforme no início do processo;
- Simetria em torno do centro do sólido;
- Condição de contorno convectiva na superfície do sólido.
- Não-existência de variação de volume;

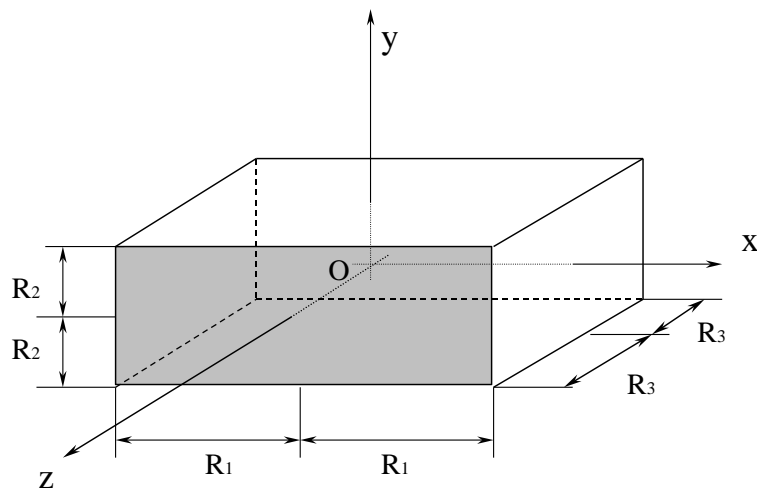


Figura 1 Configuração geométrica do problema físico

Considere a figura 1, que representa um paralelepípedo sólido de dimensões  $2R_1 \times 2R_2 \times 2R_3$ . A equação diferencial geral que descreve o fenômeno de difusão neste sólido é da forma:

$$\frac{\partial(\xi\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + \Phi''' \quad (A)$$

Onde  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$  é o operador diferencial ou nabla.

Na equação (A), têm-se para massa  $\xi = \rho$ ;  $\Phi = M$ ;  $\Gamma^\Phi = \rho D$ ; onde  $\rho$ ,  $M$  e  $D$  são a densidade, teor de umidade e coeficiente de difusão do sólido respectivamente,

enquanto que para a temperatura  $\xi = \rho c_p$ ;  $\Phi = T$ ;  $\Gamma^\Phi = k$ , onde  $c_p$ ,  $T$  e  $k$  são o calor específico, temperatura e condutividade térmica do sólido, respectivamente.  $\Phi'''$  é a geração interna de massa ou energia.

Devido à simetria que existe, considera-se apenas 1/8 do volume do sólido. Sendo assim as condições iniciais de simetria e de contorno para o problema são as seguintes:

Condição inicial:

$$\Phi(x, y, z, t = 0) = \Phi_0 \quad (B)$$

Condição de simetria:

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = -\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = -\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial z} = 0 \quad \text{em } x=0, y=0, z=0 \text{ e } t>0 \quad (C)$$

Condições de contorno na superfície:

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_\infty] \quad \text{em } t>0 \text{ e } x=R_1 \quad (D)$$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_\infty] \quad \text{em } t>0 \text{ e } y=R_2 \quad (E)$$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial z} = h[\Phi(x, y, z, t) - \Phi_\infty] \quad \text{em } t>0 \text{ e } z=R_3 \quad (F)$$

onde  $\Phi_\infty$  representa a umidade do fluido externo ao sólido ou o seu teor de umidade de equilíbrio.

A resolução da equação diferencial de difusão tridimensional transiente com as condições de contorno especificadas nas equações (D), (E), (F) é obtida pela

superposição de problemas unidimensionais em coordenadas cartesianas e no tempo de placas infinitas, cuja interseção forma o paralelepípedo, Gebhart (1993) (2). Assim realizando uma seqüência de procedimentos matemáticos obtêm-se a equação (G), solução geral do problema proposto:

$$\Phi^*(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{n1} A_{m2} A_{k3} \cos(\beta_{n1}x) \cos(\beta_{m2}y) \cos(\beta_{k3}z) e^{-[\beta_{n1}^2 + \beta_{m2}^2 + \beta_{k3}^2] \frac{\Gamma^{\Phi}}{\xi} t} \quad (G)$$

onde:

$$\Phi^* = \frac{\Phi - \Phi_{\infty}}{\Phi_0 - \Phi_{\infty}} \quad (H)$$

As constantes  $A_{ij}$  são determinadas usando condição inicial e a propriedade de ortogonalidade das funções trigonométricas. Assim sendo, têm-se que:

$$A_{n1} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{n1} R_1)}{\beta_{n1} R_1 + \text{Sen}(\beta_{n1} R_1) \text{Cos}(\beta_{n1} R_1)}$$

$$A_{m2} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{m2} R_2)}{\beta_{m2} R_2 + \text{Sen}(\beta_{m2} R_2) \text{Cos}(\beta_{m2} R_2)}$$

$$A_{k3} = \frac{2 \text{Sen}(\beta_{k3} R_3)}{\beta_{k3} R_3 + \text{Sen}(\beta_{k3} R_3) \text{Cos}(\beta_{k3} R_3)}$$

Os autovalores  $\beta_{ij}$  da equação (G) são as raízes das seguintes equações:

$$\text{Cotg}(\beta_{n1} R_1) = \frac{\beta_{n1} R_1}{B_{i1}} \quad (I)$$

$$\text{Cotg}(\beta_{m2} R_2) = \frac{\beta_{m2} R_2}{B_{i2}} \quad (J)$$

$$\text{Cotg}(\beta_{k3} R_3) = \frac{\beta_{k3} R_3}{B_{i3}} \quad (K)$$

onde  $B_{ij} = h_j k / R_j$  é chamado número de Biot de transferência para a face  $j$  do sólido.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como aplicação, o método foi usado para descrever a transferência de calor num bloco cerâmico com dimensões ( $R_1 \times R_3 \times R_2$ )  $0.100 \times 0.045 \times 0.025 \text{m}^3$ . As propriedades do material estudado são mostradas na tabela 1 (Pereira *et al.* 1995).

Tabela 1. Propriedades do bloco cerâmico

$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	2100
$k$ ( $\text{W/mK}$ )	1.13 a $100^\circ\text{C}$
$c_p$ ( $\text{J/kgK}$ )	1064

Para obtenção dos resultados, foi implementado um programa computacional utilizando-se o software Mathematica<sup>®</sup>, considerando um coeficiente de transferência de calor  $h=20\text{W/m}^2\text{K}$ , em todas as faces do sólido. As Figuras 2 e 3 apresentam a distribuição de umidade adimensional ( $M^*$ ) no interior do sólido.

A análise das figuras evidencia as linhas de isoumidades e a existência de altos gradientes de umidade na região próxima ao vértice do sólido, com a umidade adimensional apresentando os maiores resultados no centro do mesmo em qualquer tempo de secagem. Além disso, percebe-se o decréscimo da temperatura adimensional ao longo do tempo, em qualquer posição ( $x, y$ ), conseqüentemente a temperatura dos sólidos aproxima-se da temperatura do meio externo.

De uma forma geral, como os resultados são adimensionais, estes também podem ser usados para estudos sob o ponto de vista de resfriamento e umidificação.

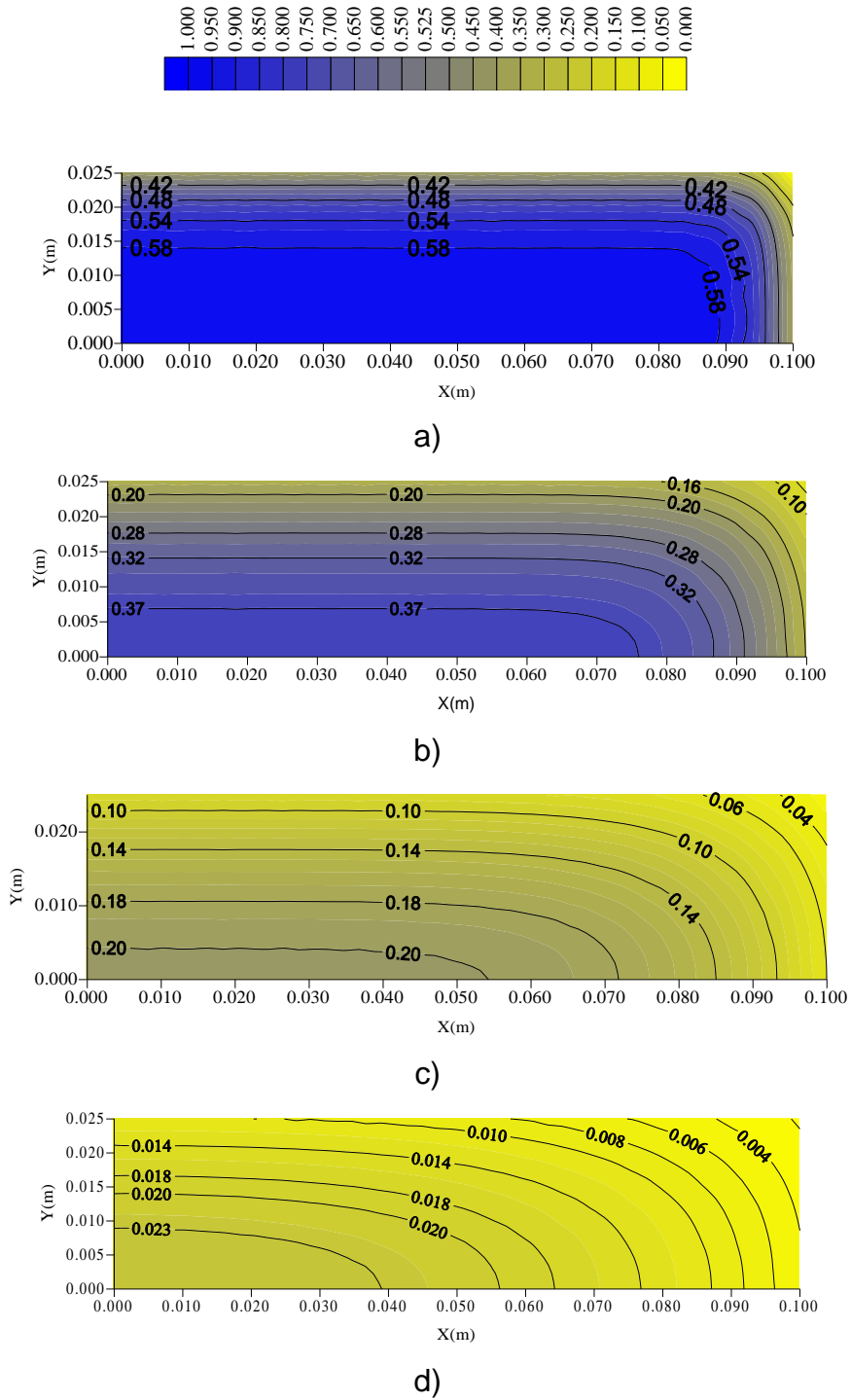


Figura 2– Perfis Bidimensionais Mostrando os Gradientes de Temperatura ou Umidade no Plano  $Z=0,045\text{m}$ ,  $B_i= 10,0$  nos Tempos: a)  $t_c = 50\text{s}$  b)  $t_c = 200\text{s}$  c)  $t_c = 500\text{s}$  d)  $t_c = 1800\text{s}$ , solução numérica.

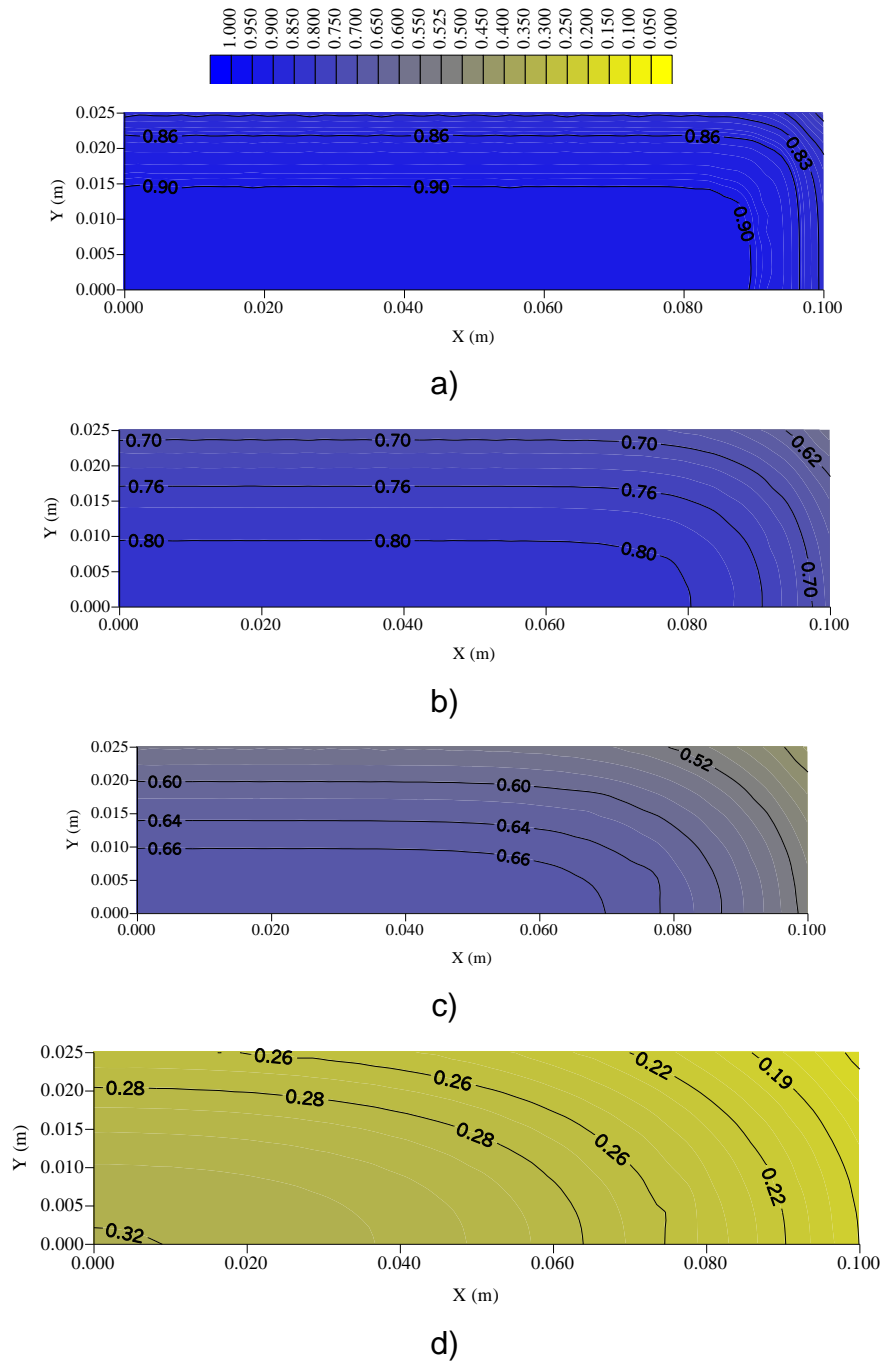


Figura 3 – Perfis Bidimensionais Mostrando os Gradientes de Temperatura ou Umidade no Plano  $Z = 0,0450\text{m}$  e  $B_i = 2,0$ , nos Tempos: a)  $t_c = 50\text{s}$  b)  $t_c = 200\text{s}$  c)  $t_c = 500\text{s}$  d)  $t_c = 1800\text{s}$  solução numérica.



Uma comparação das figuras fica evidenciado que, como esperado, os gradientes de umidade são maiores nos vértices, que corresponde a superfície do bloco que está em contato direto com o ar de secagem. Sendo assim, esta região é mais propícia a existência de choque térmico e conseqüentemente trincas, fraturas e deformações, que comprometem a qualidade do produto obtido, (Nascimento, 2002), (Su, 2014), (Khalili et al., 2014).

Analisando o problema sob o ponto de vista dos gradientes de temperatura, as regiões de maior aquecimento nas figuras apresentadas, representam regiões de maior perda de água, e, portanto mais secas. Na superfície do sólido, as partículas argilosas apresentam cargas elétricas negativa, que são repelidas entre si e tendem a ficarem afastadas uma das outras, cujo espaço é preenchido por água. Pelos resultados expostos, durante o processo de secagem, a camada externa da peça (e particularmente nos vértices) se aquece mais rápido que o seu centro, essa região contrai-se primeiro (não levada em consideração pelo modelo), produzindo uma redução nas dimensões do corpo e conseqüentemente no seu volume. Esta redução de volume do corpo corresponde exatamente a perda de água evaporada do mesmo, o que dificulta a saída de água. Geram-se então tensões de sentidos contrários entre a camada externa e a interna e, quanto maior a perda de água (secagem mais intensa), maior também será a tensão dela resultante, fazendo o material deformar-se e inclusive com possibilidade de trincar (Fricke, 1977) (12). As maiores tensões (de compressão) ocorrem na superfície do material, onde o material está mais frágil e quebradiço. No interior da partícula, as tensões são de tração. A trinca ocorrerá quando a tensão de cisalhamento excede a tensão de cisalhamento máxima do material (Keey, 1992) (13).

Se o bloco for levado ainda úmido para o forno, a umidade interior ficará retida pela crosta externa, gerando tensões internas e fendilhamento, Bauer (1994) (14). Sendo assim, a água presente nas etapas de conformação deve então ser eliminada antes da queima, de forma lenta e cuidadosa, impedindo rachas e trincas nas peças, que possam diminuir a sua qualidade ao final do processo (Fernandes, 1998) (15).

Uma secagem prévia, controlada, é de grande importância. Se a secagem não for uniforme, aparecerão distorções nas peças, mas, se for muito lenta, a produção tornar-se-á antieconômica. Para se ter uma secagem uniforme (gradientes de temperatura e

umidade minimizados) é importante moderar adequadamente a intensidade da secagem, pelo controle das velocidade, umidade relativa e temperatura do ar de secagem, forma do corpo, particularmente a relação área/volume e a porosidade do material. Para se ter uma idéia, barros maleáveis perdem na secagem de 5 a 8% do seu volume, enquanto que os menos maleáveis cerca de 3 a 5%, dependendo da granulometria das partículas de argila. No entanto, betonite, por exemplo, que é um material bastante maleável, de grão muito fino (baixa porosidade), chega a perder de 10 a 15% do seu volume quando posta para secar. Uma discussão detalhada dos defeitos em materiais cerâmicos oriundos do processo de secagem pode ser encontrada na literatura recente (Sanchez & Barba, 1998) (16).

Portanto, apesar de se utilizar um único coeficiente de transferência de calor para todas as faces do sólido, pode-se afirmar que o controle das propriedades termodinâmicas e velocidade do ar de secagem, conduz a um produto industrial de qualidade aceitável comercialmente.

O controle dos parâmetros de secagem gera como consequência o controle dos coeficientes de transferência convectiva de calor e massa na superfície do sólido. De acordo com Nishikawa *et al.* (1994) (8), poucos trabalhos tem investigado o coeficiente de transferência de calor durante o choque térmico de materiais cerâmicos, neste sentido, este trabalho ajudará pesquisadores na estimativa deste parâmetro associado ao processo de secagem e choque térmico destes materiais.

Como um comentário final, pelo exposto, apesar desta formulação ter sido usada para descrever fenômenos de transferência de calor (aquecimento ou resfriamento), podendo ser estendida facilmente para transferência de massa (secagem ou umidificação), considerando propriedades constantes e não existência de retração do material, neste sentido recomenda-se que novos estudos sejam conduzidos neste sentido.

## REFERÊNCIAS

Norton, F. H., 1975, "Elements of Ceramics", Ed. Addison Wesley, Massachusetts

Gebhart, B., 1993, "Heat Conduction and Mass Diffusion", Ed. McGraw-Hill, Inc., New York.

Nascimento, J. J. S. (2002), Diffusion phenomenon in parallelepiped solids. Case studied: drying of ceramic materials, Ph. D. Thesis, State University of Paraíba, João Pessoa, Brazil, (In Portuguese).

Su, Shung-Lung, Modeling of multi-phase moisture transfers and induced stress in drying clay brick. Applied Clay Science, 12 (1997) 189-207.

Khalili, K., Heydari, M., Khalili, M.S., Drying clay bricks variable Young's modulus, Procedia Technology, 12(2014) 382-387.

Özisik, M. N., 1985, "Heat Transfer", Ed. Mc. Graw Hill, Inc.

Luikov, A. V., 1968, "Analytical Heat Diffusion Theory", Academic Press, Inc. Ltd., London., 684p.

Kakaç, S. & Yener Y., 1993, "Heat Conduction", Ed. Taylor & Francis Inc., Washington.

Lima, A.G. B., Nebra, S. A., Sakauaka, P. H., 1999, " Analytical Solution of Mass Diffusion Equation Applied to Ellipsoid of Revolution", Proceedings of the Brazilian Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM, Águas de Lindóia, Brazil.

Lima, A. G. B., 1999, "Fenômenos de Difusão em Sólidos Esferóidais Prolatos. Estudo de Caso: Secagem de Banana", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, SP., Brasil, 263p.

Nishikawa, T., Gao T, Hibi M., Takatsu, M., and Ogawa, M., 1994, "Heat Transmission During Thermal Shock Testing of Ceramics", Journal of Materials Science 29, pp 213-219.

Santos, N. W., Baldo, J. B., 1995, "Comportamento da difusividade térmica de uma argila plástica refratária em função da temperatura de sinterização", 39º Congresso Brasileiro de Cerâmica, Vol 1, Águas de Lindóia-SP, pp. 484-488.

Nishikawa, T., Mizui, T. and Takatsu, M. and Misutani Y., 1995, "Effect of the Temperature of Thermal Properties on the Thermal Shock Tests of Ceramics", Journal of Materials Science 30, pp5013-5019.

Pereira, R., Noronha, R.T.T., Mattos, U., Pandofelli, V.C ., Scudeller, L. A.M., 1995, "Avaliação do Comportamento Termomecânico de Refratários para Lingotamento Indireto de Aços Através de Simulação por Análise Não-linear de Elementos Finitos", 39º Congresso Brasileiro de Cerâmica, Vol 1, Águas de Lindóia-SP, pp. 466-471.

Fricke, J., 1977, "A Cerâmica", Editora Presença Ltda., Lisboa. 152p.

Keey, R. B., 1992, "Drying of Loose and Particulate Material", Hemisphere Publishing corporation, New York. 504p.

Bauer, L. A. F., 1994, "Materiais de Construção 2", LTC Editora, Rio de Janeiro. 935p.

Fernandes, D. M. P., 1998, "Design e Tecnologia Aplicados a Produtos Domésticos em Grês Cerâmico". Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, SC., Brasil, 212p.

Sanchez, E.; Barba, A., 1998, "Defeitos em Revestimento Cerâmicos: Suas Causas e Soluções", Notas de aula. Associação Brasileira de Cerâmica. LaRC-Laboratório de Revestimentos Cerâmicos, DEMa, UFSCar, São Carlos.

## **MATHEMATICAL SIMULATION OF THERMAL GRADIENTS AND MOISTURE IN BLOCKS CERAMICS**

### **ABSTRACT**

This study aims to analyze the thermal gradients and moisture content during the drying process in blocks of red ceramics, using computer simulation in Mathematica ® software. Results of two-dimensional thermal gradients and moisture content are shown and analyzed. In this sense, the next to the vertices of ceramic blocks regions are more susceptible to structural damage of cracks and deformations.

Keywords: Ceramic blocks, drying, temperature and moisture gradients, Computational Simulation.